Lycée M^{ed} Reda Slaoui
Centre Des Classes Préparatoires
Agadir

Année Scolaire : 04/05
BCPST 1

Devoir libre n°6

à rendre le 23/05/05

Exercice 1.

Un club sportif compte 80 inscrits en natation, 95 en athlétisme et 125 en gymnastique. Chaque inscrit pratique un seul sport.

1. On demande à trois inscrits choisis au hasard de remplir un questionnaire. Calculer les probabilités des événements suivants :
   A : " les sportifs choisis pratiquent tous l'athlétisme "
   B : " les sportifs choisis pratiquent tous le même sport "
2. Parmi les inscrits en natation 45°/∘ sont des filles. De même 20°/∘ des inscrits en athlétisme et 68°/∘ des inscrits en gymnastique sont des filles.
   (a) On choisit un inscrit au hasard. Quelle est la probabilité p_1 que l'inscrit choisi soit une fille pratiquant l'athlétisme ?
   Quelle est la probabilité p_2 que ce soit une fille ?
   (b) Si on choisit au hasard une fille, quelle est la probabilité p_3 qu'elle pratique l'athlétisme ?

Exercice 2.

On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On imagine n sacs de jetons $S_1, S_2, ..., S_n$.

Au départ, le sac S_1 contient 2 jetons noirs et 1 jeton blanc, et chacun des autres sacs contient 1 jeton noir et 1 jeton blanc.

On se propose d'étudier l'évolution des tirages successifs d'un jeton de de ces sacs, effectués de la façon suivantes :

• Première étape : on tire au hasard un jeton de S_1.

• Deuxième étape : on place ce jeton dans S_2 et on tire au hasard, un jeton de S_2.

• Troisième étape : après avoir placé dans S_3 le jeton sorti de S_2, on tire, au hasard, un jeton de S_3, et ainsi de suite...

Pour tout entier naturel k tel que $1 \leq k \leq n$, on note E_k l'événement " le jeton sorti de S_k est blanc ".

1. Déterminer la probabilité de E_1, et les probabilités conditionnelles : $P(E_2/E_1)$ et $P(E_2/\overline{E}_1)$
   En déduire la probabilité de E_2.
2. Pour tout entier naturel k tel que $1 \leq k \leq n$, la probabilité de E_k est notée p_k.
   Justifier la relation de récurrence suivante : $p_{k+1} = \frac{1}{3}p_k + \frac{1}{3}$.

3. Exprimer la suite $(p_k)_{k\geq 1}$ en fonction de k, en déduire qu'elle est convergente et préciser sa limite .
4. Dans cette question, on suppose que $n = 10$. Déterminer pour quelle valeur de k on a : $0,4999 \leq p_k \leq 0,5$.

Exercice 3.

On sait que les jumeaux peuvent être de vrais jumeaux auquel cas ils sont de même sexe ou de faux jumeaux auquel cas la probabilité qu'ils soient de même sexe sera prise égale à $\frac{1}{2}$. On suppose connue la probabilité p que dans une population donnée deux jumeaux soient de vrais jumeaux.

1. Déterminer la probabilité que deux jumeaux soient des vrais jumeaux sachant qu'ils soient de même sexe.
2. Quelle est la probabilité q que deux jumeaux soient de même sexe ?

Exercice 4.

Un jeu réunissent n personnes ($n \geq 3$) comporte des parties successives. Dans une partie, les n joueurs jettent (*) simultanément une pièce de monnaie

Si toutes les pièces sauf une donnent le même résultat (par exemple : " face " pour les $n-1$ pièces, et " pile " pour une pièce) le joueur ayant obtenu le résultat singulier est déclaré perdant.

1. Quelle est la probabilité p pour que cette circonstance se produise dans une partie donnée ?.
2. Calculer en fonction de ce nombre p la probabilité p_k pour que l'on obtienne un perdant pour la première fois à la k^{ieme} partie.
3. Soit k un entier naturel supérieur à 1.
   Calculer la somme $S_k = p_1 + p_2 + ... + p_k$
   Montrer que lorsque k tend vers $+\infty$, la suite $(S_k)_{k\geq 1}$ tend vers une limite. Interpréter le résultat.

(*) Dans chaque jet on suppose égales les probabilités des résultats " pile " et " face ".

•••••••••